



Warum fragt die Lehrerin warum?

Erforschen und Argumentieren im Mathematikunterricht.

Text: Dorothea Mayer und Margret Schmassmann, **Fotos:** Dorothea Mayer

«Mathematische Muster dürfen nicht als fest Gegebenes angesehen werden, das man nur betrachten und reproduzieren kann. Ganz im Gegenteil: Es gehört zu ihrem Wesen, dass man sie erforschen, fortsetzen, ausgestalten und selbst erzeugen kann» (Wittmann, 2003, S. 26).

Das Bild der Mathematik hat sich in den letzten Jahrzehnten gewandelt. Sie wird vermehrt als «Wissenschaft von Mustern» und als Tätigkeit betrachtet. Als Folge davon beginnt sich auch der Mathematikunterricht zu wandeln: Es steht nicht mehr der isolierte Wissenserwerb im Zentrum, sondern das Zusammenspiel der inhaltlichen Dimension des Lernens (Was soll gelernt werden?) und der Gestaltung von Lernprozessen durch sogenannte Handlungsaspekte (Wie soll gelernt werden?). Diese umfassen «Operieren und Benennen», «Erforschen und Argumentieren» sowie «Mathematisieren und Darstellen» (Lehrplan 21, 2017).

Zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen tragen die Handlungsaspekte in zweierlei Hinsicht bei: Einerseits bereiten sie den Weg zum Erwerb inhaltlicher Kompetenzen, andererseits sind sie eigenständige Ziele des Mathematiklernens.

Erforschen und Argumentieren

Erforschen und Argumentieren werden im Lehrplan 21 (2017) zu einem Handlungsaspekt zusammengefasst und durch unterschiedliche Tätigkeiten wie «Erkunden und Begründen mathematischer Strukturen» oder «Formulieren von Vermutungen und Fragen» definiert. Demgegenüber beschreiben Hirt und Luginbühl (2017) das «Erforschen» und «Argumentieren» als zwei eigenständige, aber eng aufeinander bezogene Tätigkeiten: Das Argumentieren setzt das Erforschen eines Sachverhalts voraus, beispielsweise durch das Untersuchen, Entdecken, Vergleichen und Beschreiben von Mustern. Das Argumentieren wiederum ist bedeutsam beim Verstehen eines Sachverhalts, denn «wer einen Sachverhalt begründen kann, hat die Sache verstanden, und wer sie verstanden hat, kann sie begründen» (Hirt & Luginbühl, 2017, S. 11). Neben dem Begründen sind Vermuten, Nachfragen und Verallgemeinern weitere Tätigkeiten des Argumentierens.

Unterrichtsbeispiele

Mit zwei Unterrichtsbeispielen zu «Zahl und Variable» wollen wir den Lehrpersonen des 1. Zyklus Lust machen, dem Erforschen und

Argumentieren in ihrem Unterricht Raum zu geben. Bei der *Einstimmung* in die Aufgabe und der anschliessenden *Eigenaktivität* der Kinder steht das Erforschen im Mittelpunkt und bereitet den Boden für das Argumentieren während des *gemeinsamen Austausches*. Allerdings lassen sich Erforschen und Argumentieren im Unterrichtsgeschehen nicht immer voneinander abgrenzen, sondern gehen fließend ineinander über oder wechseln sich ab.

Beispiel Kindergarten: Blumen legen

Kinder wollen alles wissen und fragen immer wieder von sich aus nach dem Wie, Was und Warum. Daran knüpft die Lehrperson an und ermutigt sie, auszuprobieren, zu untersuchen, wie etwas ist, zu erklären, warum es so ist, oder zu vermuten, ob etwas immer so ist – hier am Beispiel einer Aufgabe zur strukturierten Anzahlerfassung: Die Kinder sollen mit roten und blauen Plättchen «Blumen» mit unterschiedlich vielen Blütenblättern legen und deren Anzahl bestimmen (Wittmann, 2016, S. 28–29).

Zur *Einstimmung* präsentiert die Lehrperson eine Vorlage mit stilisierten Blumen sowie rote und blaue Plättchen zum Drauf- oder Nachlegen. Zunächst animiert sie die Kinder, die Blu-

men zu untersuchen: «Meine Blume ist blau und hat vier Blätter. Wer findet sie?» Alle Kinder beteiligen sich an der Suche und machen sich dabei mit den Merkmalen der Blumen vertraut. Während der *Eigenaktivität* vergleichen die Kinder die unterschiedlichen Anzahlen der Blütenblätter und die Verteilung der Farben. Um das Augenmerk auf mathematische Strukturen zu lenken, fragt die Lehrperson nach und lässt sich zeigen und erklären, was die Kinder herausgefunden haben.

- Was ist dir aufgefallen?
- Zeige mir, wie du beim Legen oder Nachlegen der Blumen vorgehst.
- Zeige ähnliche Blumen. Warum sind sie ähnlich?
- Wie hast du die Blumen verglichen?
- Was ist anders bei diesen beiden Blumen?
- Beschreibe, wie deine Lieblingsblume aussieht.

Der *gemeinsame Austausch* startet mit einem Rückblick auf die Eigenaktivität. Die Kinder zeigen und erklären einander, was sie entdeckt haben.

Um die Kinder zum Begründen mathematischer Strukturen und Formulieren von Vermutungen anzuregen, knüpft die Lehrperson mit einem neuen Auftrag an: «Jedes Kind klebt mit roten und blauen Punkten Dreier-, Vierer-, oder Fünferblumen auf Karten.»

Im Anschluss sortieren die Kinder die Blumenkarten, zum Beispiel nach Farben oder Anzahl Klebepunkte. Weitere Fragen laden zum übersichtlichen Anordnen, genauen Unterscheiden und Aussortieren ein und geben Anlass zum Argumentieren.

- Was ist bei diesen Blumen gleich? Was anders?
- Wie könnt ihr die Blumen sortieren?

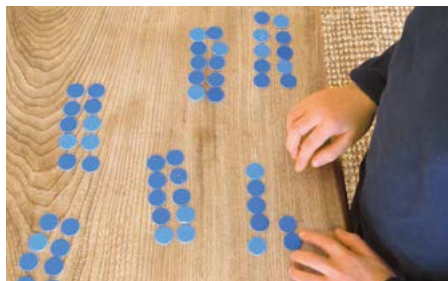


- Denkt ihr, dass ihr alle verschiedenen Dreierblumen gefunden habt? Wie viele? *Es sind 4 Dreierblumen.*
- Warum seid ihr jetzt sicher, dass ihr alle gefunden habt? Wie könnt ihr das herausfinden? *Es sind alle, weil es immer einen blauen Punkt weniger und einen roten Punkt mehr hat.*
- Wie viele verschiedene Viererblumen gibt es?

In weiteren Lektionen erfinden die Kindergartenkinder eigene grössere Blumenmuster. Sie können ihrer Fantasie freien Lauf lassen oder vorhandene Muster fortsetzen. Primarschulkinder fahren mit Muster- und Zahlenfolgen sowie mit dem strukturierten Erfassen grösserer Anzahlen weiter.

Im Kindergarten steht das Erforschen und damit das Erkennen relevanter Strukturen in mathematischen Situationen im Zentrum (Lindmeier et al., 2017). In der Primarschule werden Erforschen und Argumentieren zunehmend anspruchsvoller und die Kinder müssen relevante mathematische Strukturen nicht nur erkennen, sondern auch nutzen, um Zusammenhänge zu begründen. Dazu sind die Schülerinnen und Schüler dank ihres erweiterten mathematischen, sprachlichen und darstellerischen Repertoires und ihrer sozialen Entwicklung immer besser in der Lage. Sie können in Diskussionen zuhören, Aussagen verstehen und hinterfragen, gemeinsam Ideen entwickeln und verwerfen. Die Lehrperson hält sich vermehrt im Hintergrund und regt mit fachlichen Fragen Denkprozesse an.

Beispiel 1. und 2. Klasse: «Wie viele?»



Die Aufgabe «Wie viele?» hat als inhaltliche Kompetenz das Prinzip der Bündelung als Vorbereitung auf das Dezimalsystem zum Ziel.

Zum *Einstieg* sollen die Kinder eine grössere Anzahl von Plättchen (angepasst an die Kenntnisse) bestimmen. Da sie laut durcheinander zählen und zu keinem Resultat kommen, erhalten sie für die *Eigenaktivität* den Auftrag, gruppenweise selbst gewählte Anzahlen zu bestimmen. Sie sollen zusammen eine Strategie planen und in Form von Zählprotokollen mithilfe von Strichlisten, Punkten oder Zahlen festhalten.

Im anschliessenden *Austausch* vergleichen die Gruppen ihre Zählprotokolle und begründen ihr Vorgehen.

- Wir zählen in Zweierschritten, weil das schneller geht.

- 5 und 5 ist 10 und weisst du warum? Weil ich 10 Finger habe, 5 an jeder Hand.

- Wir machen Fünfer und dann Zehnerbündel, weil man dann die Zahl ganz leicht sieht.

Die Kinder bestimmen anschliessend die beim Einstieg gezeigte Anzahl Plättchen auf verschiedene Arten. Sollten sie zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen, ist das kein Grund zur Enttäuschung, sondern Anlass zum Überprüfen und zur Reflexion der verwendeten Strategien. In den nächsten Lektionen zielen weiterführende Fragen der Lehrperson in Richtung Vermuten und Verallgemeinern und bahnen das Verständnis für den dezimalen Zahlaufbau an.

- Kannst du jede beliebige Anzahl mithilfe der Zehnerbündelung darstellen?
- Wie ändert sich die Zahl, wenn ein Plättchen dazukommt? Oder wenn 10 dazukommen?
- Und was wäre, wenn es mehr als 100 Plättchen sind?
- Wie könnt ihr diese übersichtlich anordnen?

Ein Gewinn – nicht nur für das Mathematiklernen

Der Lehrplan 21 (2017) beschreibt «Interesse an der Mathematik fördern» sowie «Denk-, Urteils- und Kritikfähigkeit stärken» als Ziele des Mathematikunterrichts, zu deren Erreichung auch das «Erforschen und Argumentieren» beiträgt. Der explorative Zugang zur Mathematik gibt den Schülerinnen und Schülern Raum, um eigene Lösungen, Gedanken und Fragen zu entwickeln sowie Zusammenhänge zu entdecken. Das eigene Tun führt zu persönlichen Erfolgen, motiviert und regt zum Weiterdenken an. Darüber hinaus führt ein solcher auf Verstehen ausgerichteter Mathematikunterricht zu eigenen Einsichten, stärkt somit die Denk- und Urteilsfähigkeit für die Auseinandersetzung mit künftig auftretenden Problemen und erweitert personale, soziale und methodische Kompetenzen.

Dorothea Mayer

ist Kindergärtnerin und Psychologin. Sie unterrichtet als Dozentin Mathematikdidaktik an der PHZH, Eingangsstufe.

Margret Schmassmann

ist Mathematikerin. Sie fördert Kinder und Jugendliche in ihrer Praxis «Mathematiklabor Zürich», berät Eltern und Lehrpersonen und hat an der PHZH im Fachbereich Mathematik Primarstufe unterrichtet.

>>> Literatur <<<